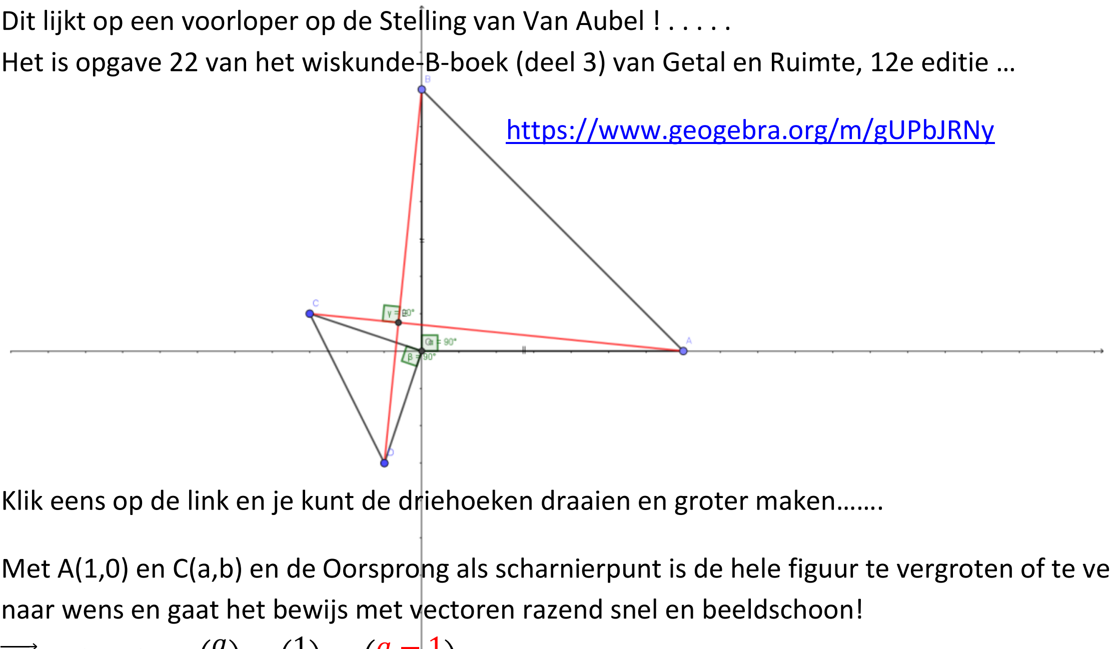
"Scharnierende geodriehoeken" (gelijkbenige rechthoekige driehoeken) . . . . . . . . . . . . .

Als je twee "geodriehoeken scharniert" met de rechte hoeken "tegen elkaar" dan zullen de verbindingslijnstukken tussen de overige hoekpunten (zoals in de tekening hieronder) lijnstukken opleveren die loodrecht op elkaar staan en even groot zijn. De driehoeken hoeven niet even groot te zijn!

Dit lijkt op een voorloper op de Stelling van Van Aubel ! . . . . .
Het is opgave 22 van het wiskunde-B-boek (deel 3) van Getal en Ruimte, 12e editie …

https://www.geogebra.org/m/gUPbJRNy




Klik eens op de link en je kunt de driehoeken draaien en groter maken…….

Met A(1,0) en C(a,b) en de Oorsprong als scharnierpunt is de hele figuur te vergroten of te verkleinen naar wens en gaat het bewijs met vectoren razend snel en beeldschoon!

$\overrightarrow{AC} = \vec{c} - \vec{a} = \binom{a}{b} - \binom{1}{0} = \binom{a-1}{b}$

$\vec{d} = \vec{c}_L = \binom{-b}{a}$ … dit is vector $\vec{c}$, maar dan $L$inksom gedraaid. In de tekening lijkt op het eerste gezicht de waarde voor $a$ negatief. Bedenk echter dat het elke waarde kan aannemen!

Natuurlijk is punt B(0,1) en vector $\vec{b} = \binom{0}{1}$

Nu maken we de vector die van B naar D wijst: $\overrightarrow{BD} = \vec{d} - \vec{b} = \binom{-b}{a} - \binom{0}{1} = \binom{-b}{a-1}$

Wat onmiddellijk opvalt is dat de vectoren $\overrightarrow{AC}$ en $\overrightarrow{BD}$ gelijk van lengte zijn en loodrecht op elkaar staan: hun inwendig product is immers nul!

---

Opmerkingen:
In plaats van A(1,0) te nemen kun je rustig A(a,0) nemen zoals ook in de uitwerkingenbundel van Getal en Ruimte wordt gedaan; (dan wordt C(b,c) …. maakt verder echter niet veel uit…)

Voorts kun je de basisdriehoek OAB zelf laten draaien ("scharnieren") rond de oorsprong met hetzelfde effect!
De hamvraag aan mijn eigen leerlingen is: maak eens een (interactief) Geogebraplaatje waarin dat (laatste) mogelijk is! Ieder die het lukt krijgt er een half puntje bij…..
Teteringen november 2017